

ข้อสอบ midterm วิชา Vibration waves and optics (SCPY 351) (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

1. จากรูป สปริง มวล M ยาว l ค่า stiffness เป็น s มีมวล m ผูกติดอยู่กับปลายสปริงและไถลไปกลับบนพื้น ไม่มีความเสียดด้วยอัตราเร็ว v (พิจารณาให้เป็นค่าคงตัว)

กำหนดให้ (a) มวลของสปริงมีการกระจายสม่ำเสมอตลอดความยาวสปริง

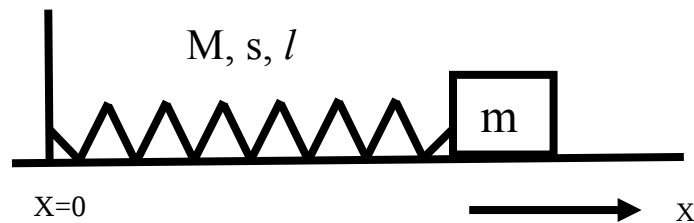
(b) ความเร็วของส่วนย่อยสปริงแปรตามความยาวของสปริงจากปลายที่ตรึงถึงตำแหน่งของส่วนย่อย

(c) ไม่มีแรงต้านใด ๆ มาเกี่ยวข้อง

(5) 1.1 จงหาพลังงานจลน์ในส่วนย่อยของสปริง (dK)

(5) 1.2 จงหาพลังงานจลน์ทั้งหมดของสปริง (K)

(5) 1.3 โดยอาศัย conservation of energy ให้หา effective mass M' (ค่ามวลตัวแทนของระบบซึ่งคิดผลของมวลสปริง M และมวลที่ผูกติดอยู่ m) และ ความถี่เชิงมุม (ω) ในการสั่น



รูปข้อ 1

2. รูปแสดงอนุภาคมวล 5 g เคลื่อนที่ใน 1 มิติ ตามแนวแกน x (หน่วย cm) ภายใต้อิทธิพลของแรงสองแรงซึ่งประกอบด้วย (a) แรงดึงดูดเข้าสู่ origin $\vec{F}_1 = -40x\hat{i}$ dynes

และ (b) damping force $\vec{F}_2 = -20\left(\frac{dx}{dt}\right)\hat{i}$ dynes

(แรงขนาด 1 dyne ทำให้วัตถุมวล 1 g เกิดความเร่ง 1 cm/s²)

กำหนดอนุภาคเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งที่ตำแหน่ง $x = 20$ cm

จงหา (2) 2.1 equation of motion

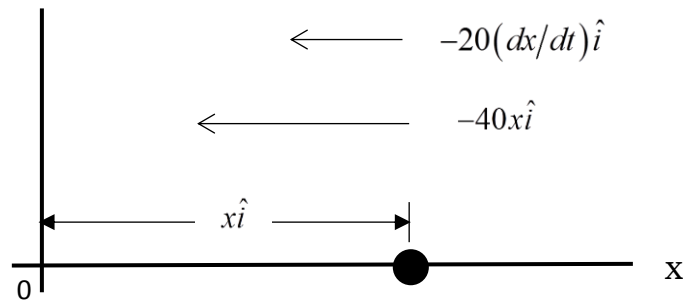
(5) 2.2 ตำแหน่งของอนุภาคที่เวลา t

(7) 2.3 Amplitude, period และ frequency ของ damped oscillation

(แนะ : ให้เขียน $A\cos \omega t + B\sin \omega t = C \cos(\omega t - \phi)$)

(3) 2.4 วาดกราฟแสดงการเปลี่ยนแปลง amplitude กับเวลา t

(3) 2.5 Logarithmic decrement δ

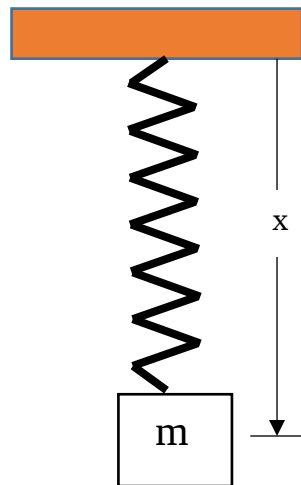


รูปข้อ 2

3. อนุภาคมวล m ผูกติดที่ปลายข้างหนึ่งของสปริงที่มีค่า stiffness เป็น $4(mg/a)$ และ natural length เป็น a ถ้าอนุภาคนี้อเคลื่อนที่ขึ้นลงในแนวดิ่งภายใต้แรงโน้มถ่วงและแรงดึงจากสปริง กำหนดให้ x เป็นความยาวของสปริงที่เวลา t ดังรูป

(4) 3.1 จงเขียน equation of motion

(6) 3.2 จงหา particular solution ของ forced oscillation เมื่อ $x(0) = \frac{5a}{2}$ และ $\dot{x}(0) = 2(ag)^{\frac{1}{2}}$



รูปข้อ 3

4. Equation of motion สำหรับ ระบบ forced mass spring damping เขียนได้เป็น

$$\ddot{x} + 2\alpha\omega\dot{x} + \omega^2x = \omega^2A_0 \cos \sigma t$$

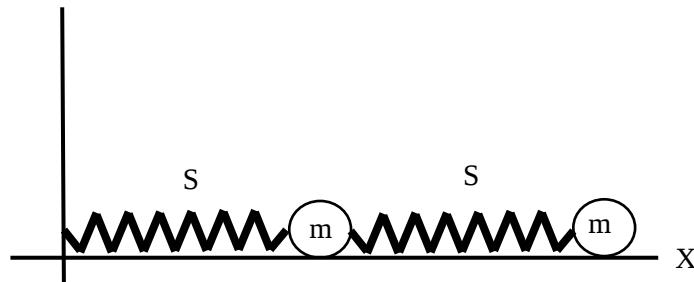
โดยมี solution เขียนได้เป็น

$$x = \frac{A_0 \left[1 - (\sigma^2/\omega^2) \right] \cos \sigma t + 2A_0\alpha(\sigma/\omega) \sin \sigma t}{\left(1 - (\sigma^2/\omega^2) \right)^2 + 4\alpha^2(\sigma^2/\omega^2)} + A_0 e^{-\alpha\omega t} \cos \left[(1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \omega t - \varepsilon \right]$$

- (7) 4.1 จงวาดกราฟเฉพาะ steady state response ของระบบ forced mass spring damping นี้

- (8) 4.2 จงวาดกราฟคร่าว ๆ แสดงการเปลี่ยนแปลงเฉพาะ amplitude ของ steady state response กับ σ/ω สำหรับค่า $\alpha = 0, 0.2, 0.4$ และ 1.0

5. มวล 2 ก้อน ขนาดเท่ากัน วางอยู่บนพื้นไม่มีความฝืด และผูกติดกับสปริงที่เหมือนกันทุกประการและมี stiffness s เท่ากัน ดังรูป



รูปข้อ 5

เมื่อมวลทั้งสองถูกทำให้เคลื่อนที่ตามแนวแกน x

- (5)5.1 จงเขียน equation of motion สำหรับมวลแต่ละก้อน

- (8) 5.2 จงหา normal modes ของการสั่น

- (7) 5.3 จงบรรยายลักษณะการสั่นของ coupled oscillator นี้โดยพิจารณาจากอัตราส่วนระหว่าง amplitudes การสั่นของมวลทั้งสอง

6. Phase velocity v_p ของคลื่นผิวน้ำที่มีแรงตึงผิว T และความหนาแน่น ρ เขียนได้เป็น

$$v_p = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\lambda\rho} \right)}$$

เมื่อ g คือ ความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก และ λ คือความยาวคลื่น

(7) 6.1 จงหาความยาวคลื่นสั้นที่สุด ($\lambda_{\min}$) ที่ทำให้เกิดค่า v_p น้อยที่สุด ($v_{p \min}$) ในเทอมของตัวแปรที่ให้มา

(5) 6.2 จงเขียน dispersion relation $\omega(k)$

(4) 6.3 จงหา group velocity v_g

(4) 6.4 โดยอาศัย $\lambda_{\min}$ ใน 6.1 จงหา $v_{g \min}$